

Roteiro elaborado com base na documentação que acompanha o conjunto por:

Máximo F. Silveira - UFRJ

Tópicos relacionados

Raios-X, equação de Bragg, absorção, transmissão, efeito Compton, comprimento de onda de Compton, energia de repouso, princípio de conservação do momento e da energia, elétrons relativísticos, relação massa/energia de Einstein.

Princípio

Raios-x colidem com um alvo e são espalhados de acordo com Compton. Por meio de um tubo contador a fração espalhada a 90° é registrada. Posicionando um absorvedor, tanto à frente quanto após o corpo espalhador, o comprimento de onda de Compton pode ser determinado por meio de medidas de transmissão, usando-se uma curva de calibração previamente obtida com dados de atenuação das intensidades de raios-x.

Equipamento

Unidade de raios-x	09056.97	1
Acessório Compton	09052.01	1
Tubo contador tipo A, BNC09025.11		1
Contador Geiger-Müller	13606.99	1
Cabo blind. BNC, 750mm	07542.11	1

Problemas

1. A curva de transmissão em função do comprimento de onda, de um absorvedor de alumínio, é determinada por meio das reflexões de Bragg e registrada graficamente.

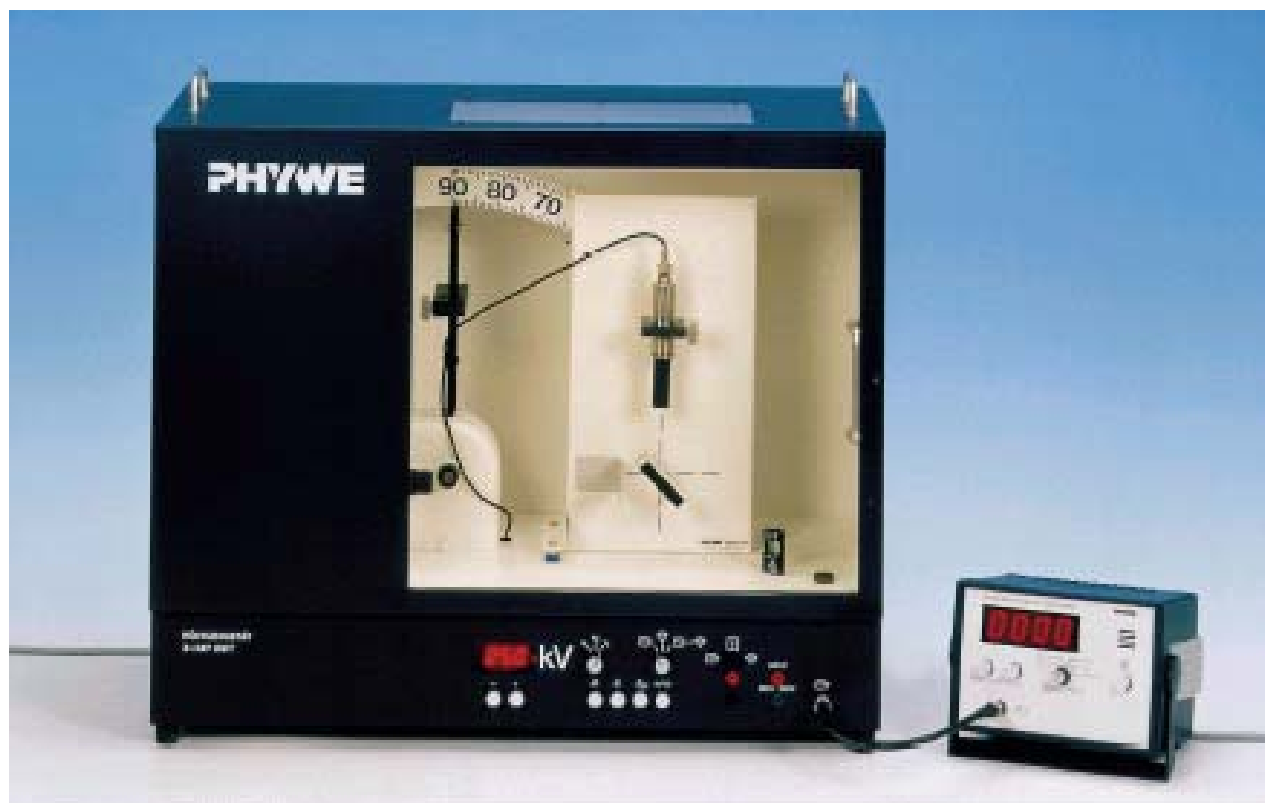
2. Repetir as medidas do problema 1, desta vez para um intervalo de comprimentos de onda limitado, com máxima resolução angular.
3. Com um alvo espalhador montado, são obtidas as intensidades de raios-x espalhados a 90° , e assim determinadas as razões de atenuação para o absorvedor de alumínio em duas posições diferentes.
4. O comprimento de onda de Compton é determinado pelas duas diferentes medidas de transmissão do problema 3 e comparado com a previsão teórica.

Montagem e procedimentos

A montagem do experimento já com o dispositivo alvo espalhador é mostrado na Fig. 1. O colimador de 2 mm é introduzido na saída dos raios-x. Pressionar o botão "zero" para posicionar o tubo contador e o suporte do cristal na posição inicial. O cristal de LiF é montado com a superfície posicionada horizontalmente no suporte. O tubo contador, com a fenda em posição horizontal, é montado e conectado (pelo fio com conector BNC) à saída do gabinete da unidade de raios-x e daí ao contador Geiger-Müller pelo cabo BNC blindado. Inicialmente deve ser determinada a taxa de pulsos zero N_0 [Imp/seg] pela contagem com a tensão do anodo em $U_a = 0$ V.

Iniciando com um ângulo de incidência $\theta = 10^\circ$ e máxima tensão do anodo ($U_a = 25$ KV), as taxas de contagem de raios-x refletidos $N_r(\theta)$ são obtidas para intervalos de 1° até $\theta = 18^\circ$ com o contador digital.

Fig. 1: Montagem experimental com o dispositivo de espalhamento Compton.



Isto é feito com a rotação sincronizada do cristal com o tubo contador na razão angular 1:2. Entretanto, devido à precisão requerida, contagens superiores a 8000 pulsos devem ser alcançadas. Se a medida do número de pulsos é I , o erro relativo da medida é dada pela razão:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\sqrt{I}}{I} = \frac{1}{\sqrt{I}}$$

O absorvedor de alumínio é inserido entre a saída de raios-x e o cristal. Usando este arranjo, repetem-se as medidas de taxas de contagem $N_2(\theta)$ para o mesmo intervalo e resolução angulares usados para $N_1(\theta)$. A altas taxas de contagem N , nem todos os fótons incidentes são registrados devido ao tempo morto $\tau = 100 \mu s$ do tubo contador. As taxas de contagem de pulsos corrigida N' podem ser obtidas com a relação:

$$N' = N/(1 - \tau N) \quad (1)$$

Por meio da equação de Bragg

$$2d \sin \theta = \lambda \quad (2)$$

constante de rede do LiF
($d = 2,014 \times 10^{-10} \text{ m}$)

o comprimento de onda λ é calculado como função do ângulo de incidência θ .

Os valores de transmissão, obtidos pela razão das taxas de contagem corrigidas (N_2'/N_1'), são plotados em função do comprimento de onda na Fig. 4.

Subsequentemente, de forma a determinar com adequada precisão a alteração do comprimento de onda devido ao espalhamento através da curva de transmissão, as medidas devem ser repetidas no intervalo de $10,0^\circ \leq \theta \leq 11,2^\circ$ em intervalos $\Delta\theta = 0,2^\circ$ (Fig. 5).

Antes de instalar o acessório Compton (com alvo espalhador e contador com tubo de proteção), remover o cristal e a fenda do tubo contador, girar o suporte do tubo contador para sua posição final a 90° , e inserir o colimador de 5 mm. Em seguida determinar as seguintes taxas de contagem, em máxima tensão do anodo ($U_a = 25 \text{ KV}$), conforme esquema da Fig. 2:

- N_3 : c/ espalhador de acrílico; s/ absorvedor Al
- N_4 : c/ espalhador e absorvedor em A(1)
- N_5 : c/ espalhador e absorvedor em A(2)

Se necessário, deve-se levar em conta correção de tempo morto e radiação de fundo.

Nota: O tubo contador nunca deve ser exposto ao feixe de radiação primária por longos períodos de tempo.

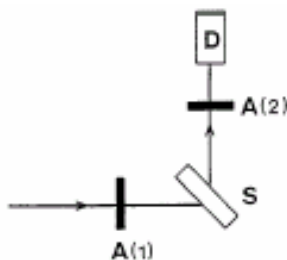


Fig. 2: Representação esquemática do acessório de espalhamento Compton a 90° .

- S = Espalhador
- A = absorvedor de Al nas posições 1 and 2
- D = Detector (tubo contador).

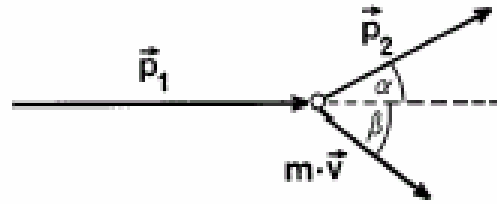


Fig. 3: Geometria do espalhamento no efeito Compton.

Teoria e desenvolvimento

Uma representação esquemática da geometria do efeito Compton é mostrado na Fig. 3. O fóton incidente com momento p_1 colide com um elétron, transferindo parte de sua energia e sendo espalhado com momento p_2 , segundo um ângulo α em relação à sua direção original. O elétron (considerado livre) inicialmente em repouso, é ejetado do ponto da colisão com ganho de energia e momento $m \cdot v$ fazendo um ângulo β em relação à direção do fóton incidente.

Pelo princípio da conservação da energia temos

$$hf_1 + m_0c^2 = hf_2 + mc^2 \quad (3)$$

- h = constante de Planck
- f_1/f_2 = freq. do fóton antes/após colisão
- m/m_0 = massa/massa de repouso do elétron
- c = velocidade da luz

Pelo princípio da conservação do momento

$$p_1 = p_2 + m \cdot v \quad (4)$$

sendo v a velocidade do elétron.

Segundo a fórmula do cosseno, aplicada à Fig. 3:

$$m^2v^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2 \cos \alpha \quad (5)$$

substituindo o momento do fóton $p = h/\lambda$ em (5) teremos:

$$m^2v^2 = \frac{h^2}{\lambda_1^2} + \frac{h^2}{\lambda_2^2} - 2 \frac{h^2}{\lambda_1 \lambda_2} \cos \alpha \quad (6)$$

Elevando eq. (3) ao quadrado obtemos:

$$\begin{aligned} c^2(m - m_0)^2 &= \frac{1}{c^2} [(hf_1)^2 + (hf_2)^2 - 2h^2f_1f_2] \\ &= \frac{h^2}{\lambda_1^2} + \frac{h^2}{\lambda_2^2} - \frac{2h^2}{\lambda_1 \lambda_2} \end{aligned} \quad (7)$$

E subtraído (7) de (6) nos fornece:

$$m^2v^2 - c^2(m - m_0)^2 = \frac{2h^2}{\lambda_1 \lambda_2} (1 - \cos \alpha) \quad (8)$$

Tomando em conta a massa relativística do elétron:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (9)$$

e levando em (8)

$$\begin{aligned} c^2(m^2 - m_0^2) - c^2(m - m_0)^2 &= 2c^2m_0(m - m_0) \\ &= \frac{2h^2}{\lambda_1\lambda_2}(1 - \cos \alpha) \end{aligned} \quad (10)$$

Eliminando a massa m do elétron por meio da eq. (3):

$$m_0c \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{h}{\lambda_1\lambda_2} (1 - \cos \alpha) \quad (11)$$

Rearranjando (11), a variação do comprimento de onda do fóton é finalmente expressa em função do ângulo de espalhamento α .

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \alpha) \quad (12)$$

A variação do comprimento de onda e de transferência de energia alcançam valor máximo para colisão central ($\alpha = 180^\circ$ retro-espalhamento).

A variação do comprimento de onda para espalhamento a 90° é chamado de comprimento de onda de Compton, e tem valor definido por:

$$\lambda_c = h/m_0c = 2,426 \times 10^{-12} \text{ m} \quad (13)$$

onde $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 $m_0 = 9,109 \times 10^{-31} \text{ Kg}$
 $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$

Um fóton com o comprimento de onda λ_c possui energia

$$E_c = hf_c = hc/\lambda_c = m_0c^2 \quad (14)$$

Ou seja, a energia de massa de repouso do elétron. Fig. 4 mostra a razão de transmissão T como função do comprimento de onda λ . Observa-se o decaimento inicial de T , quase que linearmente, conforme cresce o comprimento de onda (fótons de menor energia). A elevação final é devido ao espalhamento de Bragg de segunda ordem.

Permitindo que raios-x colidam com um espalhador, é possível determinar as taxas de contagem de pulsos N_3 espalhados a 90° como também as taxas de contagem N_4 (absorvedor à frente do espalhador) e N_5 (absorvedor após espalhador). Pode-se ver que

$$T_1 = N_4/N_3 > T_2 = N_5/N_3$$

Demonstrando que o comprimento de onda da radiação espalhada é maior que o comprimento de onda da radiação incidente.

Foram obtidas as seguintes taxas de contagem para a radiação espalhada:

$I_3 = 8329 \text{ Imp}/39,5 \text{ s}$	$\Delta I_3/I_3 \approx \pm 1,1\%$
$N_3 = 210,9 \text{ Imp/s}$	$N_3' = 215 \text{ Imp/s}$
$I_4 = 8125 \text{ Imp}/236,2 \text{ s}$	$\Delta I_4/I_4 \approx \pm 1,1\%$
$N_4 = 34,4 \text{ Imp/s}$	$N_4' = 34,2 \text{ Imp/s}$
$I_5 = 7275 \text{ Imp}/261,5 \text{ s}$	$\Delta I_5/I_5 \approx \pm 1,2\%$
$N_5 = 27,8 \text{ Imp/s}$	$N_5' = 27,6 \text{ Imp/s}$

(valores N' = correção de tempo morto e radiação de fundo)

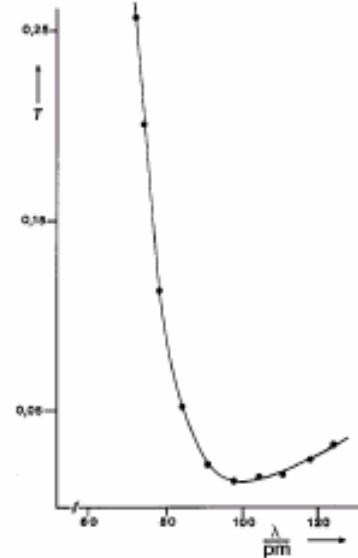
$$T_1 = N_4'/N_3' = 0,159 \quad ; \quad \Delta T_1/T_1 \approx \pm 2,2\%$$

$$T_2 = N_5'/N_3' = 0,128 \quad ; \quad \Delta T_2/T_2 \approx \pm 2,3\%$$

Com os valores de T_1 e T_2 registrados no gráfico da Fig. 5, obtem-se, considerando o erro limite:

$$\Delta\lambda = \lambda_c = (2,35 \pm 0,25) \times 10^{-12} \text{ m.}$$

Fig. 4: Razões de transmissão do absorvedor de Al como função do comprimento de onda.



Este valor corresponde em boa aproximação ao valor teórico previsto para o comprimento de onda de Compton.

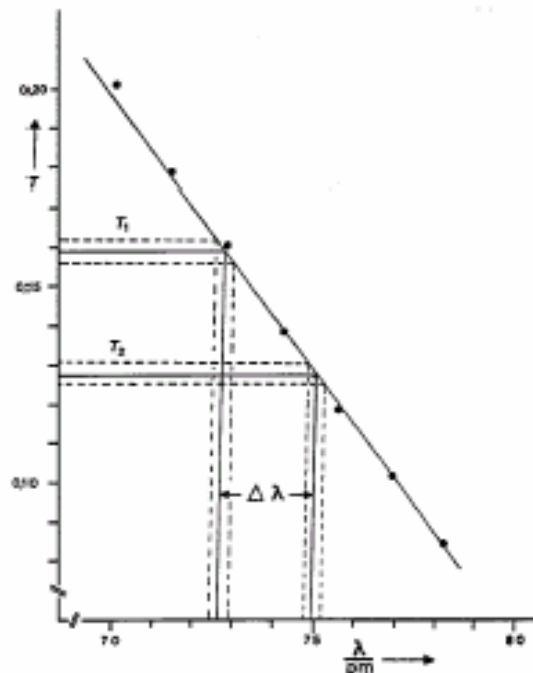


Fig. 5: Razões de transmissão do absorvedor de Al como função do comprimento de onda, com maior resolução angular.