



Roteiro elaborado com base na documentação que acompanha o conjunto pelo Dr. Ludolf von Alvensleben  
Tradução: Osvaldo Guimarães & Elias da Silva

### Tópicos Relacionados

- A) Equações de Maxwell, espiras, bobinas chatas, lei de Biot-Savart, efeito Hall.  
B) Torque, fluxo magnético, campo magnético uniforme, bobina Helmholtz.

### Fundamentos e tarefas

A) Medir a distribuição espacial da intensidade do campo entre um par de bobinas na montagem de Helmholtz. Verificar a região espacial onde o campo magnético uniforme é produzido e demonstrar e determinar quantitativamente a superposição dos dois campos individuais para a formação um campo resultante do par de bobinas.

B) Uma espira é atravessada por uma corrente elétrica em um campo magnético uniforme, sofre um torque. Pode-se determina-lo como função do raio, do número de voltas, da corrente no condutor e a intensidade do campo magnético.

### Equipamentos

Par de bobinas de Helmholtz	06960.00	1
Conjunto de condutores, circular	06404.00	1
Dinamômetro de torção, 0,01 N	02416.00	1
Prendedor para bobina	02416.02	1
Distribuidor	06024.00	1
Fonte de alimentação, universal	13533.98	1
Multímetro Digital	07134.00	1
Gaussímetro, digital	13610.93	1
Sonda Hall, axial	13610.01	1
Sonda Hall, transversal	13610.02	1
Base tripé	02002.10	1
Haste sup.-PASS-,quadrada, 630 mm	02027.55	1
Grampo ângulo reto -PASS-	02040.55	2
Cabos de conexão		7

## A) Campo Magnético do par de bobinas na montagem Helmholtz

### Problemas

1. Medir a densidade de fluxo magnético ao longo do eixo z de bobinas chatas, quando a distância entre elas for  $a = R$  ( $R =$  raio das bobinas) e quando for maior ou menor que este valor.
2. Medir a distribuição espacial da densidade de fluxo magnético quando a distância entre as espiras for  $a = R$ , utilizando a simetria rotacional da montagem:
  - a) medir a componente axial  $B_z$
  - b) medir a componente radial  $B_r$ .
3. Medir as componentes radiais  $B'_r$  e  $B''_r$  de duas bobinas individuais em um plano médio entre elas e demonstrar a superposição dos dois campos em  $B_r = 0$ .

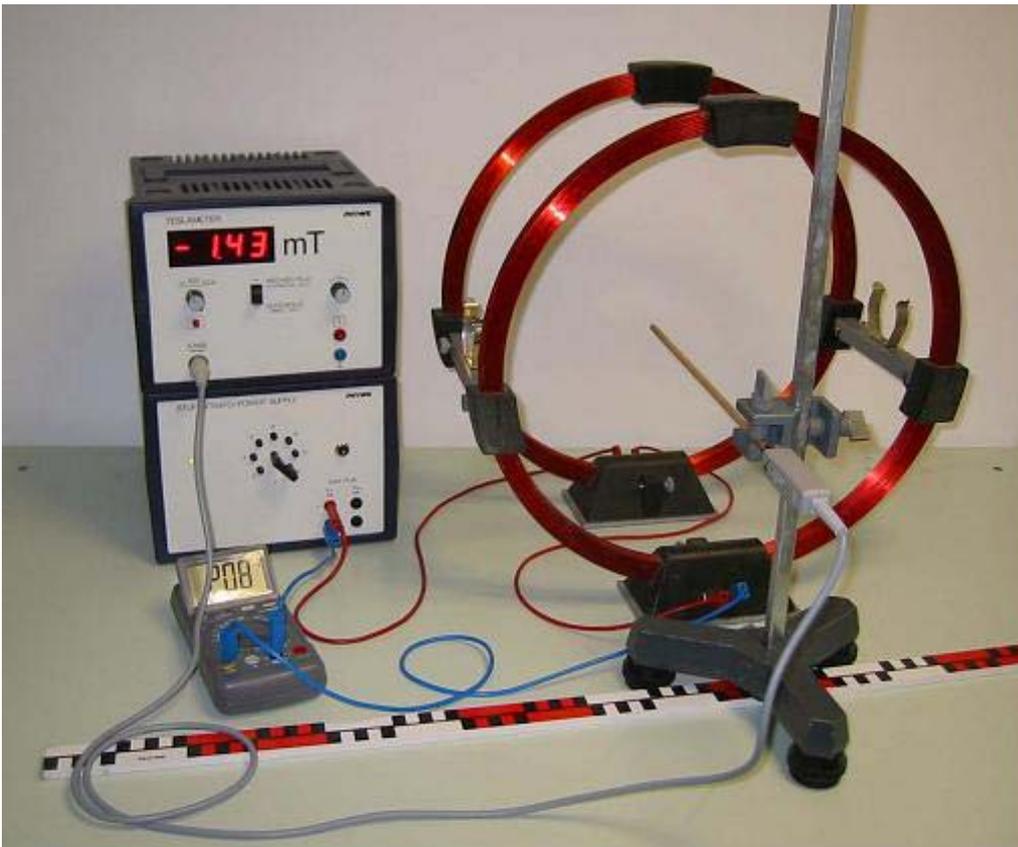


Fig. 1: Montagem experimental para medida do campo magnético.

### Montagem e procedimentos

A montagem experimental é a mostrada na Fig. 1.

Conecte as espiras em série e na mesma direção.

Esquema da fiação veja a Fig. 2.

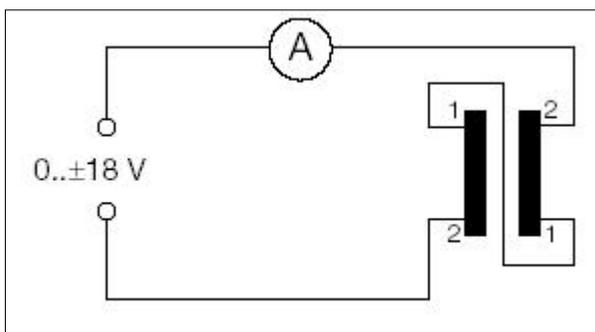


Fig. 2: Diagrama de fios para bobinas de Helmholtz.

A corrente não pode exceder a 3,5 A (opere a fonte de alimentação como uma fonte de corrente constante). Faça a medida da densidade de fluxo com a sonda Hall axial (medidas da componente na direção da sonda).

O campo magnético da montagem tem simetria rotacional sobre o eixo das espiras, que é escolhido com o eixo  $z$  do sistema de coordenadas cilíndricas ( $z, r, \Phi$ ).

A origem fica no centro do sistema. A densidade de fluxo magnético não depende do ângulo  $\Phi$ , logo somente as componentes  $B_z(z, r)$  e  $B_r(z, r)$  serão medidas.

Fixe a sonda Hall em um suporte com a base tripé, nivelada com os eixos das bobinas. Pode-se medir a distribuição espacial do campo magnético arrastando a base tripé paralelamente ou perpendicularmente ao eixo das bobinas. Dados sobre a distância podem ser obtidos com uma régua padrão (disponível em muitos laboratórios, não vem incluída na lista deste item).

### Operação do Gaussímetro

O gaussímetro deve ser conectado a uma saída AC e pode ser ligado através de sua chave que fica na sua parte traseira.

### Utilizando as sondas

Para medir a componente da indução magnética na direção do eixo da sonda, utiliza-se a sonda axial. O ponto de contato para se fazer a medida, esta localizado bem na ponta da sonda. As direções dos campos constantes também podem ser detectadas: Se o campo estiver posicionado na direção da sonda (ex: na direção do pólo norte de um ímã) o valor mostrado será positivo, será negativo se o campo estiver na direção oposta.

### Para “zerar” o gaussímetro

Sempre que for medir campos constantes, deve-se utilizar este procedimento. Mude a chave para a posição DIRECT FIELD. Assim que a sonda Hall estiver conectada, mas antes de submetê-la a qualquer campo, o visor é ajustado no zero, através do botão de ajuste grosso (parafuso). Se não for possível zerar, gire o botão de ajuste grosso até a posição intermediária e o valor mostrado no visor será minimizado com giros no botão de ajuste fino. Recomendamos fazer o ajuste do zero na faixa mais sensível (20 mT). Para mais detalhes, favor verificar as instruções operacionais do gaussímetro.

### Notas

Sempre mova a base barril que sustenta a sonda Hall na mesma direção, seguindo uma linha reta.

1. Na direção do eixo z, por razões de simetria, a densidade de fluxo magnético tem somente a componente axial  $B_z$ .

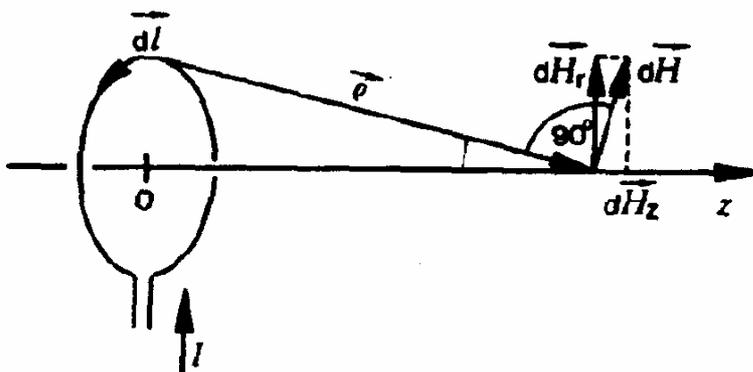
Medir a relação  $B(z, r = 0)$  quando a distância entre as espiras for  $a = R$  e, por exemplo, para  $a = R/2$  e  $a = 2R$ .

2. Quando a distância for  $a = R$ , as espiras podem ser juntadas com os espaçadores.

a) Medir  $B_z(z, r)$ . Ajuste a coordenada r movendo a sonda e a coordenada z movendo as espiras. Verifique: a densidade de fluxo deve ter seu valor de máximo no ponto ( $z = 0, r = 0$ ).

b) Gire o par de espiras em  $90^\circ$ . Verifique a sonda: no plano  $z = 0$ , devemos obter  $B_z = 0$ .

3. Faça um curto circuito na primeira espira, depois na outra. Medir as componentes radiais dos campos individuais em  $z = 0$ .



**Fig.3:** Esquema para auxílio do cálculo da intensidade do campo ao longo do eixo de uma espira.



**Teoria e análise**

Das equações de Maxwell temos;

$$\oint_K \vec{H} d\vec{s} = I + \iint_F \vec{D} d\vec{f} \quad (1)$$

onde K é uma curva fechada sobre a área F, obtemos para correntes constantes (D = 0), a lei do fluxo magnético:

$$\oint_K \vec{H} d\vec{s} = I \quad (2)$$

Que é normalmente dada por razões de praticidade na forma da lei de Biot – Savart:

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \quad (3)$$

onde  $\rho$  é o vetor do elemento  $d\vec{l}$  do condutor para o ponto de medida e  $d\vec{H}$  é perpendicular a esses dois vetores.

A intensidade do campo ao longo do eixo de um condutor circular pode ser calculada utilizando a equação (3). Fig.3.

Os vetores  $d\vec{H}$  e  $\rho$  estão no mesmo plano do esquema, mas o vetor  $d\vec{l}$  é perpendicular a eles, de forma que:

$$dH = \frac{I}{4\pi\rho^2} d\ell = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{d\ell}{R^2 + z^2} \quad (4)$$

Pode-se encontrar a solução de  $dH$  direção da componente radial  $dH_r$  e axial  $dH_z$ .

As componentes  $dH_z$  têm a mesma direção para todos os elementos de condutor  $d\vec{l}$  e as quantidades são somadas; as componentes  $dH_r$  cancelam-se em pares.

Então:

$$H_r = 0 \quad (5)$$

e

$$H = H_z = \frac{I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (6)$$

ao longo do eixo da espira, enquanto a densidade de fluxo magnético é:

$$B(z) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \cdot \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (7)$$

Obtém-se o campo magnético de uma bobina chata, multiplicando a equação (6) pelo número de voltas N.

Por outro lado, a densidade de fluxo magnético ao longo do eixo de duas bobinas idênticas separadas de uma distância  $\alpha$  é:

$$B(z, r=0) = \frac{\mu_0 IN}{2R} \cdot \left[ \frac{1}{(1 + A_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1 + A_2^2)^{3/2}} \right] \quad (8)$$

Onde

$$A_1 = \frac{z + \alpha/2}{R}, \quad A_2 = \frac{z - \alpha/2}{R}$$

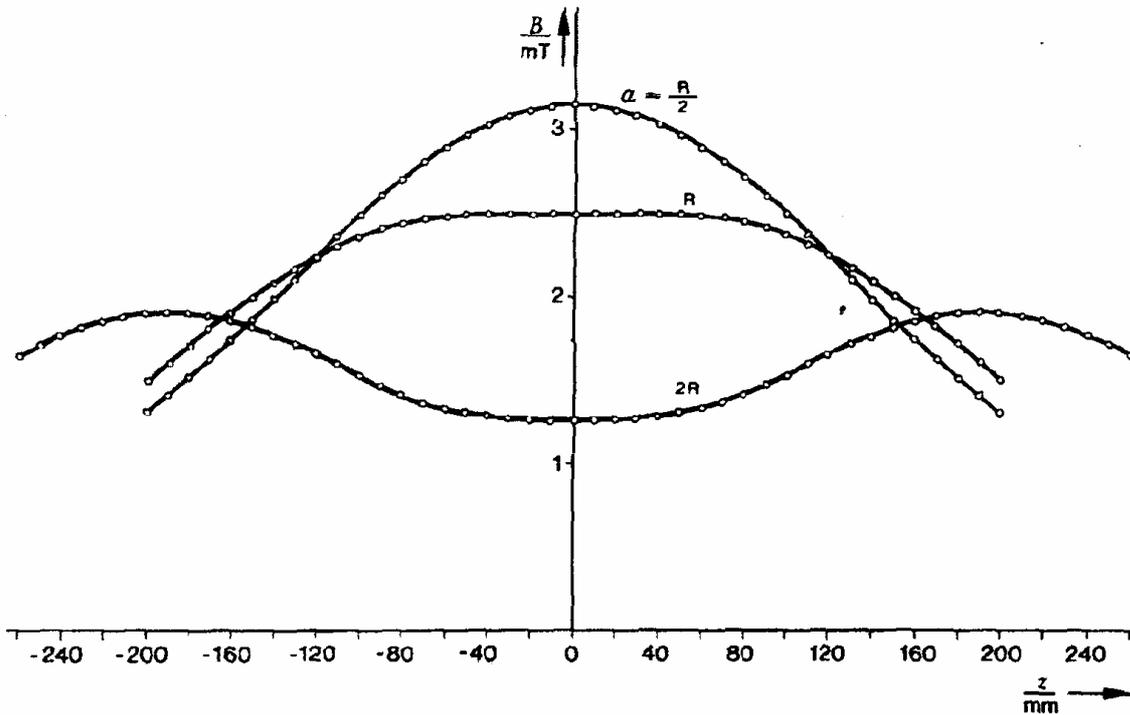


Fig.4:  $B(r=0)$  em função de  $z$  com o parâmetro  $\alpha$ .

Quando  $z = 0$ , a densidade de fluxo tem o seu maior valor quando  $\alpha < R$  e seu menor valor quando  $\alpha > R$ . As curvas do gráfico de nossas medidas mostram isso (Fig.4); quando  $\alpha = R$ , o campo é virtualmente uniforme no intervalo:  $-R/2 < z < +R/2$ . O fluxo magnético no ponto médio quando  $\alpha = R$  é:

$$B(0,0) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot l}{2R} \cdot I \cdot \frac{2}{(5)^{3,2} (4)}$$

Quando  $N = 154$ ,  $R = 0,20$  m e  $I = 3,5$  A, temos:

$$B(0,0) = 2,42 \text{ mT}$$

As fig.5 e fig.6 mostram as curvas de  $B_z(z)$  e  $B_r(z)$  medidas utilizando  $r$  como parâmetro; a Fig.7 mostra a superposição de dois campos de duas bobinas em  $B_r = 0$ , no centro do plano  $z = 0$ .

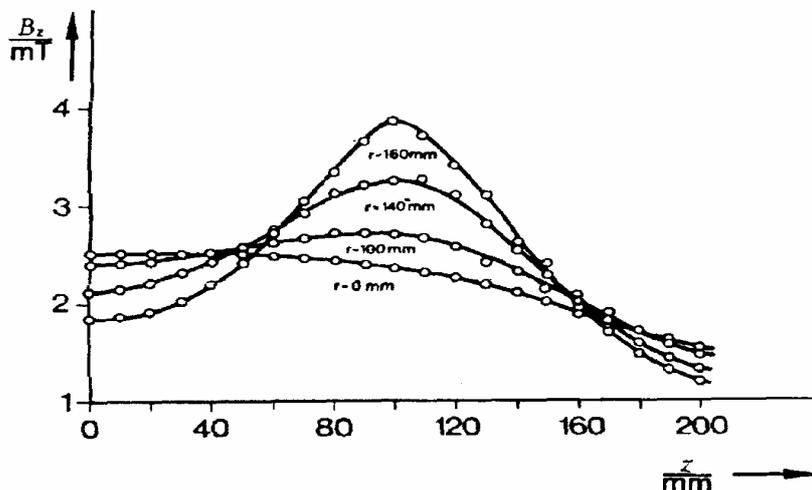


Fig.5:  $B_z(z)$ , parâmetro  $r$  (somente no quadrante positivo)

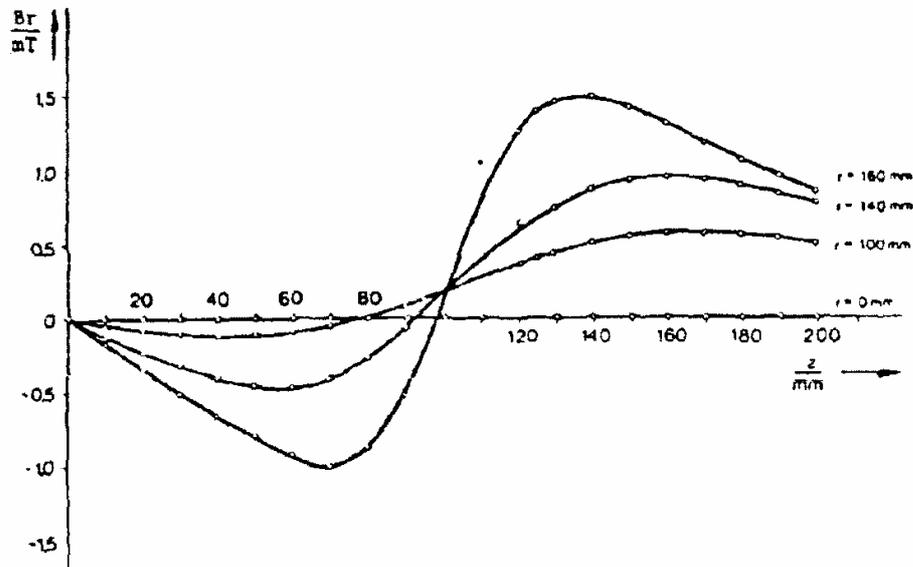


Fig.6:  $B_r(z)$ , parâmetro  $r$  (somente no quadrante positivo)

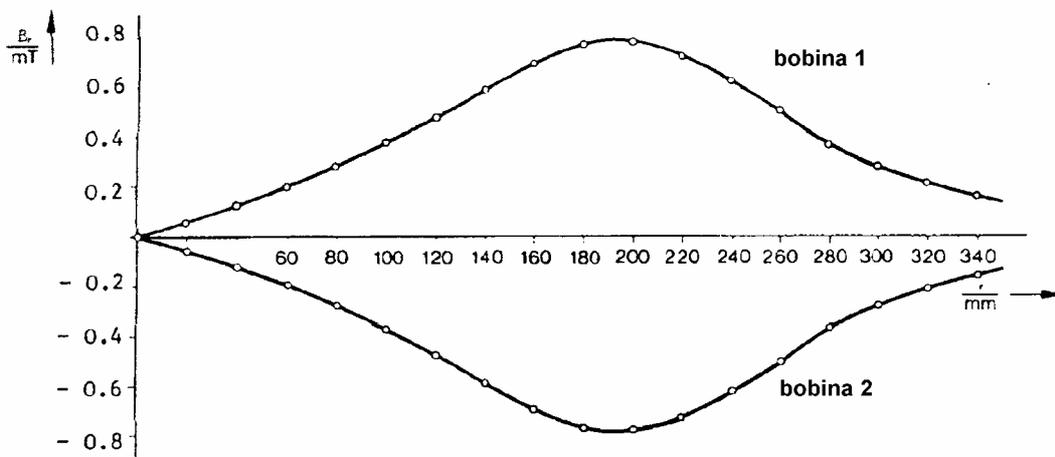


Fig.7: Componentes radiais  $B_r'$  e  $B_r''$  de duas bobinas em  $z = 0$ .

## B) Momento magnético no campo magnético.

### Problemas

Determinação do torque devido ao momento magnético em um campo magnético uniforme em função:

1. Da intensidade do campo magnético.
2. Do ângulo entre o campo magnético e o vetor momento magnético
3. Da intensidade do momento magnético.

### Montagem e procedimento

A montagem experimental é a mostrada na Fig. 8.

Da mesma forma que no experimento anterior, uma montagem em série das bobinas de Helmholtz faz-se necessária, para que seja induzido nas duas bobinas o mesmo campo magnético. (ver Fig.2).

A montagem de Helmholtz, onde a distância entre as duas bobinas é equivalente ao raio de cada bobina, pode ser feita com os espaçadores incluídos nos materiais do conjunto.

Operando em DC a corrente nas bobinas de Helmholtz não deve exceder 3,5 A.

Os fios de conexão com as espiras condutoras não devem trazer um torque adicional. Para tanto, eles devem ser conectados de modo a não resistirem e nem provocarem torção na pequena espira.

### Importante:

A conexão elétrica da bobina pequena, que é utilizada como objeto de medida para o dinamômetro, deve ser feita em série com as bobinas grandes de Helmholtz. Isto significa que a mesma corrente passa pelas bobinas grandes e pela pequena. A corrente é limitada, principalmente, pela resistência das bobinas de Helmholtz. Quando as bobinas de amostra são conectadas em paralelo, a corrente que passa pelas bobinas pequenas é bem elevada, isto danifica a bobina rapidamente e o disjuntor limitador de corrente da fonte de alimentação irá desarmar a alimentação.

O zero da balança de torção deve ser verificado freqüentemente, pois movimentos giratórios podem deslocar as articulações. Ocorrem pequenos torques, quando se faz medidas de torque em função da corrente na bobina e do ângulo. Recomendamos utilizar apenas a bobina com apenas 3 voltas e aumentar a corrente gradativamente.

Os ângulos devem ser ajustados em intervalos de  $15^\circ$ , alterando-os com o uso do encaixe de conexão das bobina pequena.

Certifique-se que os encaixes horizontais e verticais do distribuidor sejam suavemente encostados no bloco preto superior das bobinas de Helmholtz. (Veja Fig.9)

Com este arranjo, o dinamômetro de torção fica absolutamente estável e medidas isentas de perturbações.



Fig. 8: Montagem experimental para determinar o torque devido ao momento magnético de uma espira imersa em um campo magnético.





de fixação são facilmente removíveis, assim, a distância entre as bobinas pode ser alterada de acordo com a conveniência de cada experimento.

Dados técnicos

Diâmetro da espira	40 cm
Número de voltas	154 cada
Resistência elétrica	2,1 ·
Intensidade máxima de corrente (em cada uma)	5 A

## Teoria e Análise

Para um loop condutor fechado, através do qual flui uma corrente  $I$ , o momento magnético é definido por:

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \oint_C \vec{r} \times d\vec{r} = I \oint_A d\vec{\Omega}$$

Onde  $A$  é a área delimitada pela curva plana e fechada  $C$ .

Um campo magnético de densidade de fluxo  $B$  exerce um torque  $T$  sobre a espira com momento magnético, tal que:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (1)$$

Se o campo magnético varia com a posição, partes diferentes do condutor ficam sujeitas a diferentes torques. É, portanto, desejável que o condutor esteja imerso em um campo magnético uniforme.

A montagem usando duas bobinas cujos raios são iguais à distância entre elas, como mostrado na Fig. 8, (montagem de Helmholtz) é usada para produzir-se o campo magnético uniforme.

Para o caso presente, no qual o loop condutor é um anel plano com diâmetro  $d$  e  $n$  voltas, temos:

$$\vec{m} = I \cdot n \cdot \vec{A}$$

$$|\vec{m}| = I \cdot n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

(2)

Onde  $\vec{A}$  é o vetor normal à superfície de área  $A$  delimitada pelo anel condutor.

Se uma corrente flui nas espiras de Helmholtz, então, de (1):

$$|\vec{T}| = c \cdot I \cdot n \cdot |\vec{A}| \cdot I' \cdot \sin \alpha$$

onde  $\alpha$  é o ângulo entre o vetor  $\vec{B}$  e o vetor  $\vec{A}$ , e  $c$  é a constante dessas bobinas de Helmholtz.

Em nosso arranjo a intensidade da corrente nas bobinas de Helmholtz  $I'$  e a corrente através da espira de prova é a mesma, assim, obtemos a seguinte equação:

$$|\vec{T}| = c \cdot I^2 \cdot n \cdot |\vec{A}| \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

**As figuras seguintes se referem a gráficos que verificam a validade dessas equações variando os parâmetros  $I$ ,  $n$ ,  $A$  e  $d$ .**

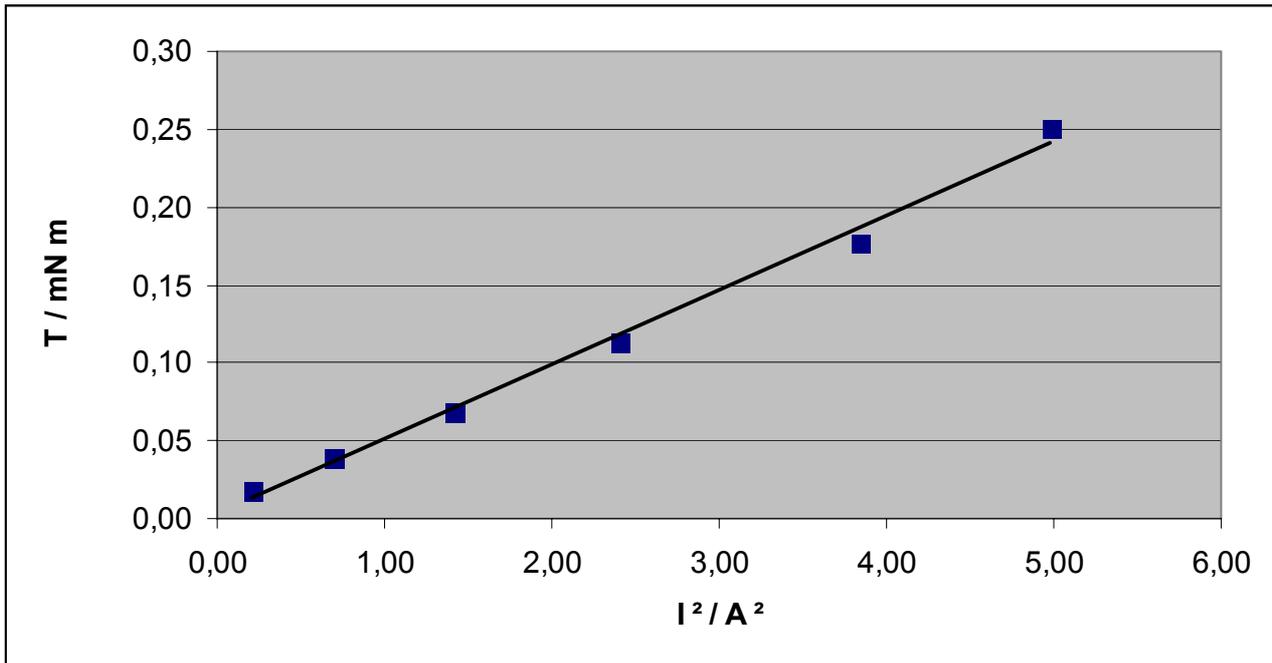


Fig 10: Torque em função da corrente  $I^2$  através das espiras.  
(diâmetro da espira = 120 mm, 3 voltas) (Variação de I)

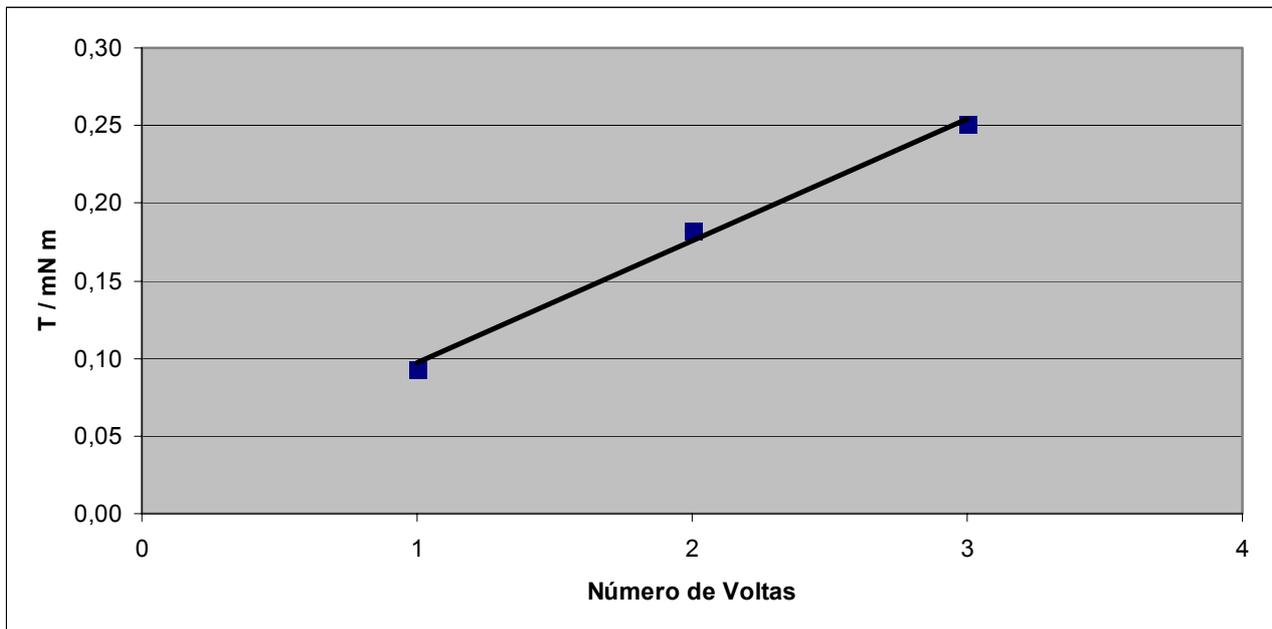


Fig 11: Torque em função do número de voltas para diferentes amostras com diferentes números de voltas.  
(diâmetro das espiras = 120 mm,  $I = 2,2 A$ ) (Variação de n)

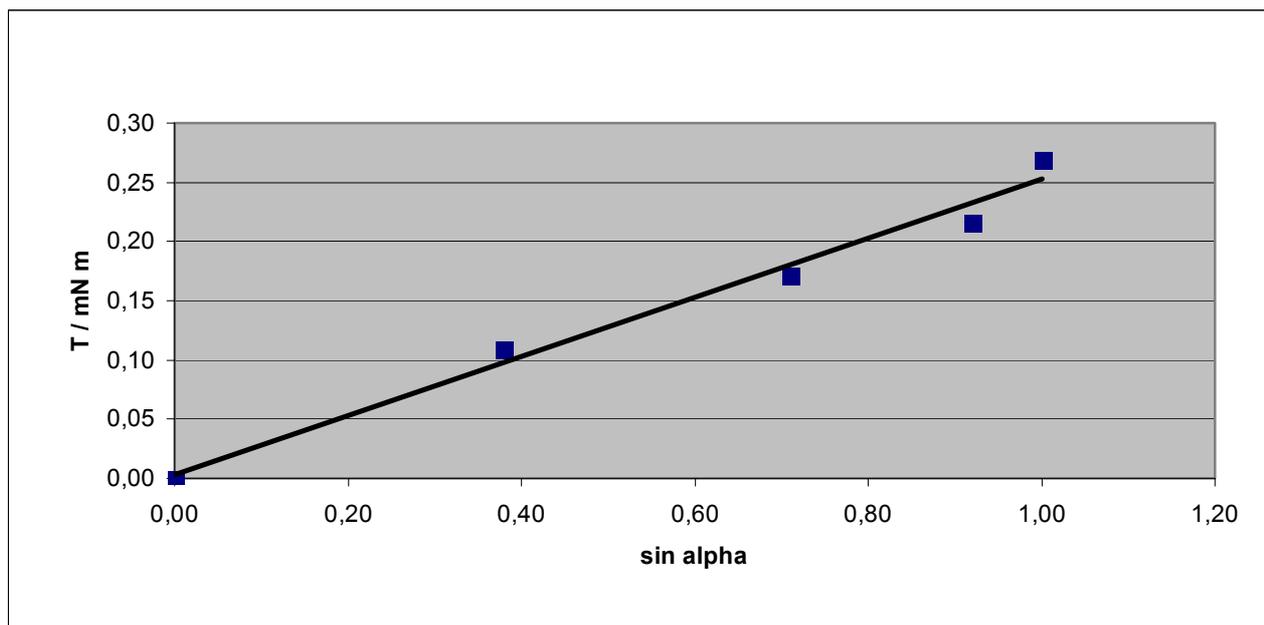


Fig 12: Torque em função do ângulo entre o campo magnético e o vetor momento magnético. (diâmetro da espira = 120 mm, 3 voltas,  $I = 2,2$  A) (Variação de  $\alpha$ )

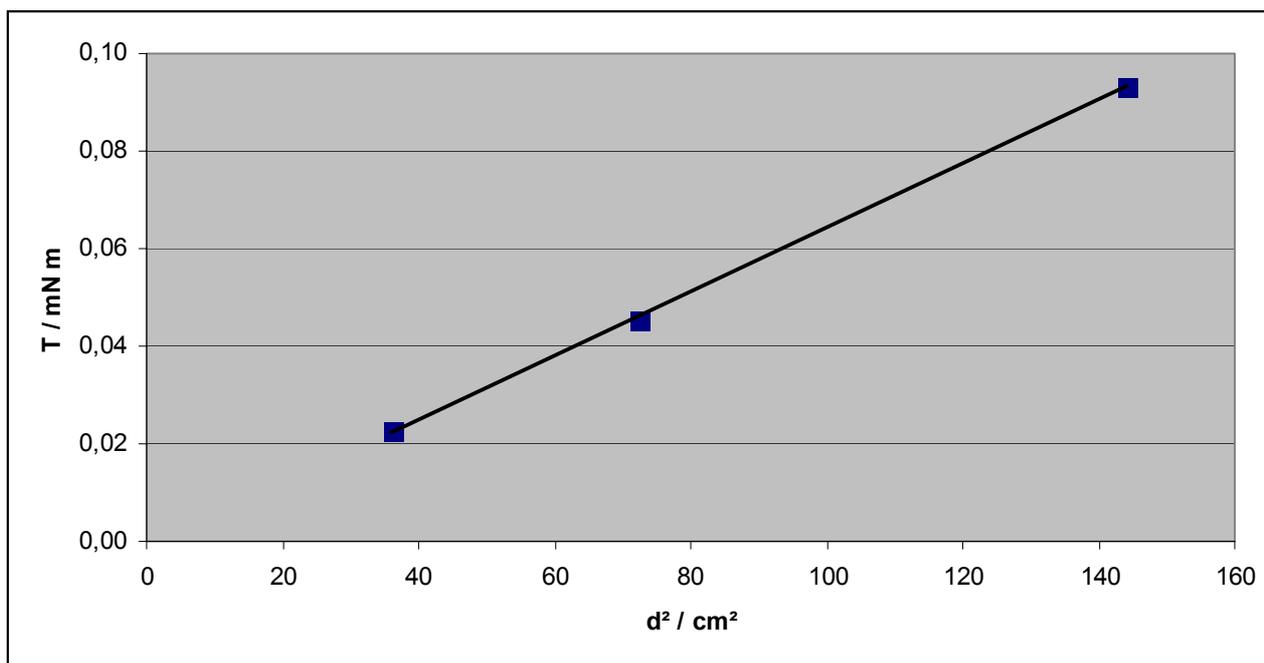


Fig 13: Torque em função do quadrado do diâmetro da espira de amostra. (diâmetro da espira = 120 mm, 3 voltas,  $I = 2,2$  A) (Variação de  $d$ )